

Algebra e Calcolo Relazionale

Università degli Studi del Sannio
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Corso di Basi di Dati
Anno Accademico 2006/2007
docente: ing. Corrado Aaron Visaggio

email: visaggio@unisannio.it

ricevimento: mercoledì 11.00-13.00.

Corrado Aaron Visaggio

1

Algebra Relazionale

- L'algebra relazionale è un **linguaggio procedurale** basato su **concetti di tipo algebrico**: operatori su relazioni che producono altre relazioni.
- Operatori **Insiemistici**: Unione, Differenza, Intersezione.
- Operatori **Specifici del Linguaggio**: Ridenominazione, Selezione, Proiezione
- Operatori di **Join**: join naturale, prodotto cartesiano, Theta join.

Cenni Storici...

Prima fonte documentata: **papiro di Ahmes** (o di Rhind – 1650 a.C., Egitto): algebra "retorica", priva di simboli, risolve **equazioni di primo grado**.

L'A. **babilonese** risolve equazioni di secondo e (pochi casi) terzo grado.

La civiltà greca eredita l'a. egizio-babilonese: sviluppo della geometria piana ad opera di **Euclide**, IV sec. a.C. (Introduzione dei numeri Reali nella Teoria delle grandezze)

Nell' **Arithmetica** di **Diofanto** (III sec. a.C.) è introdotta l'incognita e le sue potenze. Studia le **equazioni indeterminate**.

200-1200 d.C. I problemi algebrici sono studiati in **India**:

- Risoluzione dell'**equazione di secondo grado**
- Introduzione dei **numeri negativi ed irrazionali**

...Cenni Storici...

Nell'830 d.C., **Al-Khuwarizmi**, scrive un'opera ritenuta fondamentale fino al **XVII secolo**.

Contributo dell'**algebra araba**:

- Soluzione equazione di terzo grado
- Sistema di numerazione posizionale, derivato dagli indiani.

L'algebra araba si diffonde in occidente grazie al **Liber Abaci** (1202), di Leonardo Pisano (Fibonacci), ed alla **Summa de Arithmentica** di Luca Pacioli.

Nel 1500 Scipione dal Ferro scopre la formula generale per la risoluzione dell'equazione di terzo grado, ricalcolata da Tartaglia e Cardano.

Compaiono i numeri complessi, ad opera di Raffaele Bompieri (1579).

Nel Seicento, il **teorema di Fermat**, secondo cui:

$$x^n + y^n = z^n$$

non possiede soluzioni intere per $n \geq 3$.



...Cenni Storici

Nel Settecento compaiono I sistemi di equazioni lineari (**Liebniz**).

Disquisitiones Arithmeticae (1801) di **Gauss**:

- Fornisce una dimostrazione rigorosa del *teorema fondamentale dell'Algebra*
- Studiò l'equazione ciclotonica, $x^n-1=0$, per dividere una circonferenza in n parti uguali.

Lagrange dà origine ai gruppi di sostituzione, basandosi sui risultati delle ricerche di Ruffini, dimostrando che l'equazione generale di grado maggiore di 4 non può essere risolta per radicali.

Nel '900 le tendenze dell'algebra:

- Calcolo matriciale – **Peano & Cayley**
- Algebra multilineare e tensoriale
- Algebra Booleana



Operatori Insiemistici...

Le relazioni sono insiemi, ma di **tuple omogenee**, cioè definite sugli stessi attributi.

Si ricorda che $r \cap s = r - (r - s)$

Consideriamo **ammissibili**, nell'algebra relazionale solo applicazioni degli operatori di unione, intersezione e differenza a coppie di operandi definite sugli **stessi attributi**.

L'**unione** di due relazioni r_1 ed r_2 definite sullo stesso insieme di attributi X è indicata con $r_1 \cup r_2$ ed è una relazione ancora su X contenente le tuple che appartengono ad r_1 oppure ad r_2 oppure ad entrambe



...Operatori Insiemistici...

La **differenza** di $r_1(X)$ e di $r_2(X)$ è indicata con $r_1 - r_2$ ed è una relazione su X contenente tuple che appartengono ad r_1 e non appartengono ad r_2 .

L'**intersezione** di $r_1(X)$ e di $r_2(X)$ è indicata con $r_1 \cap r_2$ ed è una relazione su X contenente tuple che appartengono sia ad r_1 sia ad r_2 .

Film

Titolo	Regista	Anno
Mediterraneo	Gabriele Salvatores	1991
Morte di un Matematico Napoletano	Mario Martone	1992
Il Viaggio della Sposa	Sergio Rubini	1997

Oscar

Titolo	Regista	Anno
Mediterraneo	Gabriele Salvatores	1992
Born on the fourth of July	Oliver Stone	1990
Raging Bull	Martin Scorsese	1981

Corrado Aaron Visaggio

7



...Operatori Insiemistici...

Film \cup Oscar

Titolo	Regista	Anno
Mediterraneo	Gabriele Salvatores	1991
Morte di un Matematico Napoletano	Mario Martone	1992
Il Viaggio della Sposa	Sergio Rubini	1997
Born on the fourth of July	Oliver Stone	1990
Raging Bull	Martin Scorsese	1981

Film \cap Oscar

Titolo	Regista	Anno
Mediterraneo	Gabriele Salvatores	1991

Film - Oscar

Titolo	Regista	Anno
Morte di un Matematico Napoletano	Mario Martone	1992
Il Viaggio della Sposa	Sergio Rubini	1997

Corrado Aaron Visaggio

8

Ridenominazione...

L'omogeneità è una limitazione notevole alle manipolazioni sui DB.

Attori

Attore	Film	Anno
Robert De Niro	Taxi Driver	1976
Henry Fonda	C'era una volta il West	1968
Antonio Banderas	Donne sull'orlo di una crisi di nervi	1988

Attrici

Attrice	Film	Anno
Jodie Foster	Taxi Driver	1976
Claudia Cardinale	C'era una volta il West	1968
Carmen Maura	Donne sull'orlo di una crisi di nervi	1988

La **ridenominazione** cambia il nome degli attributi lasciando inalterato il contenuto delle relazioni.

Corrado Aaron Visaggio

9

...Ridenominazione...

Si modifichi il nome dei due attributi in Interpretare: Interpretare

← Attore e Interpretare ← Attrice

ζ Interpretare ← Attore (**Attori**)

Interpretare	Film	Anno
Robert De Niro	Taxi Driver	1976
Henry Fonda	C'era una volta il West	1968
Antonio Banderas	Donne sull'orlo di una crisi di nervi	1988

ζ Interpretare ← Attrice (**Attrici**)

Interpretare	Film	Anno
Jodie Foster	Taxi Driver	1976
Claudia Cardinale	C'era una volta il West	1968
Carmen Maura	Donne sull'orlo di una crisi di nervi	1988

Corrado Aaron Visaggio

10



...Ridenominazione...

ζ Interprete \leftarrow Attore (Attori) \cup ζ Interprete \leftarrow Attrice (Attrici)

Interprete	Film	Anno
Robert De Niro	Taxi Driver	1976
Henry Fonda	C'era una volta il West	1968
Antonio Banderas	Donne sull'orlo di una crisi di nervi	1988
Jodie Foster	Taxi Driver	1976
Claudia Cardinale	C'era una volta il West	1968
Carmen Maura	Donne sull'orlo di una crisi di nervi	1988



...Ridenominazione

Sia r una relazione definita sull'insieme di attributi X e sia Y un (altro) insieme di attributi con la stessa cardinalità. Inoltre, siano A_1, A_2, \dots, A_k e B_1, B_2, \dots, B_k un ordinamento per gli attributi in X ed un ordinamento per gli attributi in Y .

La ridenominazione $\zeta B_1 B_2 \dots B_k \leftarrow A_1 A_2 \dots A_k (r) \dots$

...contiene una tupla t' per ciascuna tupla t in r , definita come segue:

t' è una tupla su Y e $t'[B_i] = t[A_i]$ per $i = 1, \dots, k$.

Nelle liste si indicano solo gli attributi che vengono ridenominati.

Selezione...

Selezione e **Proiezione** svolgono funzioni tra loro **ortogonali**; sono definite entrambe su un operando e producono, come risultato, una **porzione dell'operando**.

La **selezione** produce un sottoinsieme delle tuple

A	B	C



A	B	C

La **proiezione** produce una nuova relazione con un sottoinsieme di attributi della relazione di partenza, ma lasciando inalterate le tuple

A	B	C



A	B

Corrado Aaron Visaggio

13

...Selezione

Data una relazione $r(X)$, una **formula proposizionale** F su X è una formula ottenuta combinando, con i connettivi $\neg \wedge \vee$, condizioni atomiche del tipo $A \neq B$ e $A \tau c$, ove:

- τ è un operatore di confronto
- A e B sono attributi in X sui cui valori il confronto abbia senso
- c è una costante compatibile con il dominio di A .

La selezione $\sigma_F(r)$ produce una relazione sugli stessi attributi di r che contiene le tuple di r su cui F è vera.

...Selezione

Film

Film	Nome Regista	Cognome Regista	Anno
Per Qualche dollaro in più	Sergio	Leone	1965
Fight Club	David	Fincher	1999
C'era una volta il West	Sergio	Leone	1968
La Capagira	Alessandro	Piva	1999

σ Nome Regista = Sergio ∧ Cognome Regista = Leone ∧ Anno > 1960

Film	Nome Regista	Cognome Regista	Anno
C'era una volta il West	Sergio	Leone	1968

Corrado Aaron Visaggio

15

Proiezione...

Dati una relazione $r(X)$ e un sottinsieme Y di X , la **proiezione** di r su Y (indicata con $\pi_Y(r)$) è l'insieme di tuple su Y ottenute dalle tuple di r considerando solo i valori su Y :

$$\pi_Y(r) = \{t[Y] \mid t \in r\}$$



Il risultato di una proiezione contiene un numero di tuple minore o uguale di quelle presenti nell'operando.

$\pi_Y(r)$ contiene lo stesso numero di tuple dell'operando se e solo se Y è superchiave per X .



...Proiezione...

FILM

Film	Nome Regista	Cognome Regista	Genere	Anno
Per Qualche dollaro in più	Sergio	Leone	Western	1965
C'era una volta il West	Sergio	Leone	Western	1968
Fight Club	David	Fincher	Drammatico	1999
La Capagira	Alessandro	Piva	Drammatico	1999



... Proiezione...

Π Cognome Regista, Genere (FILM)

Cognome Regista	Genere
Leone	Western
Fincher	Drammatico
Piva	Drammatico

...Proiezione

Π Cognome Regista, Film (FILM)

Film	Cognome Regista
Per Qualche dollaro in più	Leone
C'era una volta il West	Leone
Fight Club	Fincher
La Capagira	Piva

Corrado Aaron Visaggio

19

Join...

- Il join naturale è un operatore che correla dati in **relazioni diverse** sulla base di valori uguali in attributi con lo stesso nome.
- Il join naturale $r_1(X_1) \bowtie r_2(X_2)$ è una relazione definita su X_1 ed X_2 (cioè sull'unione degli insiemi X_1 ed X_2), come segue:
 - $r_1 \bowtie r_2 = \{t \text{ su } X_1 \cup X_2 \mid \text{esistono } t_1 \in r_1 \text{ e } t_2 \in r_2 \text{ con } t[X_1]=t_1 \text{ e } t[X_2]=t_2\}$
- Il grado della relazione ottenuta come risultato di un join è minore uguale della somma dei gradi dei due operandi, perchè gli attributi omonimi degli operandi compaiono una sola volta del risultato.

Corrado Aaron Visaggio

20



...Join...

FILMOGRAFIA

Film	Cognome Regista	Genere	Anno
Per Qualche dollaro in più	Leone	Western	1965
C'era una volta il West	Leone	Western	1968
Fight Club	Fincher	Drammatico	1999
La Capagira	Piva	Drammatico	1999

REGISTI

Nome Regista	Cognome Regista
Sergio	Leone
David	Fincher
Alessandro	Piva



...Join

FILMOGRAFIA X REGISTI

Film	Nome Regista	Cognome Regista	Genere	Anno
Per Qualche dollaro in più	Sergio	Leone	Western	1965
C'era una volta il West	Sergio	Leone	Western	1968
Fight Club	David	Fincher	Drammatico	1999
La Capagira	Alessandro	Piva	Drammatico	1999

Join completi e incompleti

Un join è completo se per ogni tupla t_1 di r_1 esiste una tupla t in $r_1 \bowtie r_2$ tale che $t[X_1] = t_1$ e analogamente per r_2 .

Il join di r_1 ed r_2 contiene un numero di tuple compreso tra 0 e $|r_1| \times |r_2|$

Se il join di r_1 ed r_2 è completo allora contiene almeno un numero di tuple pari al massimo fra $|r_1|$ ed $|r_2|$;

Se $X_1 \cap X_2$ contiene una chiave per r_2 , allora il join di $r_1(X_1)$ ed $r_2(X_2)$ contiene al più $|r_1|$ tuple;

Se $X_1 \cap X_2$ contiene una chiave per r_2 e sussiste un vincolo di riferimento fra $X_1 \cap X_2$ (o un suo sottinsieme) in r_1 e la chiave di r_2 , allora il join $r_1(X_1)$ ed $r_2(X_2)$ contiene esattamente $|r_1|$ tuple.

Tuple dangling

FILMOGRAFIA

Film	Cognome Regista	Genere	Anno
Per Qualche dollaro in più	Leone	Western	1965
C'era una volta il West	Leone	Western	1968
Fight Club	Fincher	Drammatico	1999
La Capagira	Piva	Drammatico	1999

REGISTI

Nome Regista	Cognome Regista
Sergio	Leone
David	Fincher
Nanni	Moretti





Join Vuoti

FILMOGRAFIA

Film	Cognome Regista	Genere	Anno
Per Qualche dollaro in più	Leone	Western	1965
C'era una volta il West	Leone	Western	1968
La Capagira	Piva	Drammatico	1999

REGISTI

Nome Regista	Cognome Regista
Steven	Spielberg
David	Fincher
Nanni	Moretti



Any question?

